相控序列的改进——采用级连 GMW 序列构造相控序列

严春林,周 亮,李少谦

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室,四川成都 610054)

摘 要: 本文介绍了一种新型伪随机序列 - 相控序列,相控序列具有线性复杂度很大,相关性好,序列平衡的优点.本文提出了对相控序列的改进,使用级连 GMW 序列代替原始定义中生成相控序列所需的 GMW 序列,并证明了这种改进的可行性.改进后的相控序列的线性复杂度进一步增大,族数增多但相关性和平衡性不变.

关键词: 伪随机序列; 相控序列; 级连 GMW 序列

中图分类号: TN914 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2003) 05-0797-04

A New Pseudo-Random Sequence——Phase Controlled Sequences and Its Improvement

YAN Chun-lin, ZHOU Liang, LI Shao-qian

(The National Communication Lab of University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: A new pseudo-random sequence - Phase Controlled (PC) sequence was introduced. The PC sequences have many good properties, i.e. very large linear span, good period cross/autocorrelation functions, and all sequences are balanced. Also we propose the method, by replacing the GMW sequence required in constructing PC sequence with the cascaded GMW sequences, thus can improve the properties of the PC sequence. The availability of this method is verified. The improved PC sequences have larger linear span than before, with the same properties of period cross/autocorrelation functions and balance as before.

Key words: pseudo-random sequences; phase controlled sequences; cascaded GMW sequences

1 引言

扩频通信系统中,扩频序列的设计是其核心内容之一.对于扩频序列,线性复杂度、平衡性和每一族序列个数是其性能的重要衡量指标.序列的线性复杂度用于满足通信的安全特性,序列的平衡性用于防止载波泄漏及抗干扰,每一族序列个数用于满足多址的要求.常用的扩频序列有 m 序列[1], Gold 序列[2], GMW 序列[3], 级连 GMW 序列[4], Kasami 序列[5], Bent 序列[6], No 序列[7], 以及相控序列(PC, Phase Controlled Sequence)[8]. m 序列和 GMW 序列,级连 GMW 序列具有最优的自相关性质,GMW 序列和级连 GMW 序列线性复杂度和个数比相同长度的 m 序列大得多. Gold 序列、Bent 序列、Kasami 序列、No 序列有良好的互相关特性,其中长为 $2^{2n+1}-1$ 的 Gold 序列,Bent 序列、Kasami 序列(Small Set)、No 序列有最优的互相关特性.但 Kasami 序列、No 序列有序列不平衡的缺点,Gold 序列仅部分平衡;Gold 序列和 Kasami 序列的线性复杂度较小. Bent 序列都是平衡的,且线性复杂度可以达到较大,一族内序列数也较多,是很好的一种伪随机序列.

自 Gong Guang 提出相控序列[8]的构造方法后,国内似乎对其知之不多,一般很少提及.但有部分学者对相控序列作了大量研究[9~11]实现了快速生成.由于相控序列有许多优良性质,值得进一步研究.长为 $(2^n-1)^2$ 的相控序列线性复杂度不小于 $n2^n$,互相关和异相自相关为五值 $\{1, 1\pm 2^n, 1\pm 2^{n+1}\}$,一族序列有 (2^n-1) 个,且每个序列都是平衡的[8,9]. 与 Bent 序列相比,仅相关特性较差,但相近长度的相控序列线性复杂度比 Bent 序列要大得多[8]. 本文提出了对相控序列的改进,采用级连 GMW 序列来构造相控序列.改进后的相控序列线性复杂度和族数(注意,不是每一族序列数)有很大提高,而其优良平衡性和良好相关性没有改变.文献[10]中提出的相控序列改进仅是本文的一个特例.

2 相控序列的定义

相控序列 $Z=z(k)$ 可定义为

$$Z=z(k)=u(k)+b(k)=Tr_2^n(\alpha^{i+e_j})+Tr_2^J\{(Tr_J^{JK}(\theta\beta^k))^I\}$$
$$k=im+j, m=2^n-1, m>i\geq 0, m>j\geq 0 \qquad (1)$$

其中 $Tr(\cdot)$ 为迹函数, Tr_2^n 为 $Tr_2^{2^n}(\cdot)$ 的简写; Tr_J^{JK} 为 $Tr_{2^J}^{2^{JK}}(\cdot)$ 简写,下同; α、β 为域 $GF(2^n)$ 上本原元, θ 为域 $GF(2^n)$ 上非零

收稿日期:2001-11-30;修回日期:2002-11-29

元素,改变 θ 即得同族,但移位不等价的另一相控序列,J,K 为正整数,$JK=n$,$J\neq1$,$K\neq1$,$0<I<2^J-1$,$gcd(I,2^J-1)=1$;$b=b(k)$ 为 GMW 序列,$u(k)$ 为一截短的 GMW 序列[8],e_j 为 $u(k)$ 的移位数列[8].

周期为 $(2^n-1)^2$ 的相控序列性质有:(1)序列都是平衡的;(2)序列的线性复杂度不小于 $n2^n$;(3)互相关和异相自相关为五值 $\{-1,1\pm2^n,1\pm2^{n+1}\}$;(4)一族序列有 (2^n-1) 个.

3 对相控序列的改进

生成相控序列的 $u(k)$ 是由 GMW 序列截短而得,$b(k)$ 为 GMW 序列,它们都与 GMW 序列有关.对相控序列的改进在于使用级连 GMW 序列,代替 $u(k)$ 和 $b(k)$ 中所使用 GMW 序列.

表 1 改进后的相控序列的性能指标

序列长度	线性复杂度的界		族数	
	改进后	改进前	改进后	改进前
3969	[384,768]	[384,390]	20736	10368
65025	[2048,8192]	[2048,2072]	2097152	1048576
261121	[4608,13824]	[4608,4626]	74317824	37158912
1046529	[10240,81920]	[10240,10310]	3110400000	518400000
16769025	[49152,884736]	[49152,49332]	82556485632	3439853568

改进后的相控序列 $Z=u'(k)+b'(k)$ 为

$$\begin{aligned}z(k)&=u'(k)+b'(k)\\&=Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i+e_j}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}\\&\quad+Tr_2^{K_1}\{Tr_{K_1}^{K_2}(\cdots(Tr_{K_{N-1}}^{n}(\theta\alpha^k))^{s_{N-1}}\cdots)^{s_1}\}\end{aligned}\tag{2}$$

式中:n、J_t 和 K_t 为正整数,且满足 $J_{N-1}|n$,$K_{N-1}|n$,$J_{t-1}|J_t$,$K_{t-1}|K_t$,$1\leq r_t<2^{J_t}-1$,$\gcd(r_i,2^{J_t}-1)=1$,$1\leq s_t<2^{K_t}-1$,$\gcd(s_t,2^{K_t}-1)=1$. $\alpha\in GF(2^n)$,$\beta\in GF(2^n)$,$\theta\in GF(2^n)$,且 α 和 β 为域 $GF(2^n)$ 上本原元,θ 不为 0. $k=im+j$,$m=2^n-1$,$m>i\geq0$,$0\leq j<m$,序列 $z(k)$ 的长为 $(2^n-1)^2$.

将 $u(k)$ 排成 2^n-1 行 2^n-1 列的阵列,则每一列都为一长为 2^n-1 的级连 GMW 序列

$$c(i)=Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^i))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\},0\leq i<2^n-1\tag{3}$$

$c(i)$ 在计算相控序列的线性复杂度时要用到.

改进后的长为 $(2^n-1)^2$ 的相控序列线性复杂度为 $LS(u(k))+LS(b'(k))=(2^n-1)LS(c(i))+LS(b'(k))$.改进后的相控序列的平衡性和相关性不变,一族内的序列数目不变,但族数大大增多.部分长度的相控序列改进前后的性能比较见表 1.下面给出改进后相控序列各项性能的证明.

3.1 序列平衡性的证明

$u'(k)$ 的每一列为一长为 2^n-1 的级连 GMW 序列,其中有 $2^{n-1}-1$ 个 0 和 2^{n-1} 个 1.又 $b'(k)$ 为长为 2^n-1 的级连 GMW 序列,在一个周期内有 $2^{n-1}-1$ 个 0 和 2^{n-1} 个 1.所以在相控序列 $z(k)$ 中 1 的个数为 $(2^{n-1}-1)\times(2^{n-1})+(2^{n-1})\times(2^{n-1}-1)=2^{2n-1}-2^n$,0 的个数为 $2^{n-1}-1)\times(2^{n-1}-1)+(2^{n-1})\times(2^{n-1})=2^{2n-1}-2^n+1$,0 的个数比 1 的个数刚好多一个,故平衡.

由以上证明可知,当 $u'(k)$ 和 $b'(k)$ 满足 0-1 平衡,$z(k)$ 就满足 0-1 平衡.

3.2 序列相关性的证明

一族相控序列可表示为

$$z=u+L^t(b)\tag{4}$$

式中:z 表示 $z(k)$;u 表示 $u'(k)$;b 表示 $b'(k)$,$0\leq k<m^2-1$;$L^t(b)$ 表示将序列 b 向右循环移 t 位,$0\leq t<m$.取不同的 t 即得到同族移位不等价的另一个相控序列,由于 t 有 m 个不同值,故一族有 m 个移位不等价的相控序列.

由 $b'(k)$ 的定义知其为周期为 m 的级连 GMW 序列,当 $0\leq k<m^2-1$ 时由于 $k=im+j$,$b'(k)$ 的值也可写为 $b'(j)$,令 $\tau=rm+s$,$0\leq r<m$,$0\leq s<m$,则

$$z(k)=Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i+e_j}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}+b'(j)\tag{5}$$

$$\begin{aligned}z(k+\tau)&=Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i+r+e_{j+s}}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\\&\quad+b'(j+s+t)\end{aligned}\tag{6}$$

$$z(k)+z(k+\tau)=\Gamma(k)+d(j)\tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned}\Gamma(k)&=\Gamma(im+j)\\&=Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i+e_j}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}\\&\quad+Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i+r+e_{j+s}}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}\end{aligned}\tag{8}$$

$$d(j)=b'(j)+b'(j+s+t)\tag{9}$$

则相关函数为:

$$\begin{aligned}C(\tau)&=\sum_{k=0}^{m^2-1}(-1)^{z(k)+z(k+\tau)}=\sum_{k=0}^{m^2-1}(-1)^{\Gamma(k)+d(j)}\\&=\sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(k)+d(j)}\end{aligned}\tag{10}$$

$\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)}$ 为两个级连 GMW 序列相关.这两个序列为同一级连 GMW 序列(移位等价),相位可能不同.

设两个向量 a_1 和 a_2,$a_1=(b_1(0),b_1(1),\cdots,b_1(m-1))$,$a_2=(b_2(0),b_2(1),\cdots,b_2(m-1))$,其中

$$b_1(i_1)=(-1)^{Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i_1+e_j}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}}\tag{11}$$

$$b_2(i_1)=(-1)^{Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^{n}(\alpha^{i_1+r+e_{j+s}}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}}\tag{12}$$

$0\leq i_1<m$,则 a_1 和 a_2 的内积 (a_1,a_2) 为:当 $i_1+e_j\neq i_1+r+e^{j+s}$,即 $r\neq e_j-e^{j+s}$ 时,$(a_1,a_2)=-1$;当 $i_1+e_j=i_1+r+e^{j+s}$,即 $r=e_j-e^{j+s}$ 时,$(a_1,a_2)=m-1$.为下面计算相关的方便,在 a_1 和 a_2 后补加一个 1,有 $a_1'=(b_1(0),b_1(1),\cdots,b_1(m-1),1)$,$a_2'=(b_2(0),b_2(1),\cdots,b_2(m-1),1)$,则向量 a_1' 和 a_2' 的内积 (a_1',a_2') 为:当 $i_1+e_j\neq i_1+r+e_{j+s}$,即 $r\neq e_j-e_{j+s}$ 时,$(a_1',a_2')=0$;$i_1+e_j=i_1+r+e_{j+s}$,即 $r=e_j-e_{j+s}$,$(a_1',a_2')=m$;

由 a_1' 和 a_2' 的内积 (a_1',a_2') 计算 a_1 和 a_2 的内积 (a_1,a_2) 公式为

$$(a_1,a_2)=(a_1',a_2')-1\tag{13}$$

即

$$\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)}=\sum_{i=0}^{m}(-1)^{\Gamma(im+j)}-1\tag{14}$$

在下面计算相关性时用到了这一点.

相关值的大小与 r 和 $e_j - e_{j+s}$ 关系有关,由移位数列的性质,当 s 为变量,$j+s<m$ 时,$(e_j - e_{j+s})$ 的值各不相同,r 最多在 $(e_j - e_{j+s})$ 中出现一次;当 $j+s \geq m$ 时,$e_{j+s} = e_{j+s-m}+1$,$(e_j - e_{j+s}) = (e_j - e_{j+s-m} - 1)$ 的值也各不相同,r 最多在 $(e_j - e_{j+s-m} - 1)$ 中出现一次. 当 $0 \leq s < m$,$0 \leq j < m$,设 N 为 $r = (e_j - e_{j+s})$ 的次数,有 $N \in \{0,1,2\}$[8].

3.2.1　若 $\tau = 0 \bmod m^2$

则 $\Gamma(k) = 0$,

$$C(\tau) = \sum_{k=0}^{m^2-1}(-1)^{d(j)} = \sum_{i=0}^{m-1}\sum_{j=0}^{m-1}(-1)^{d(j)} = m\sum_{j=0}^{m-1}(-1)^{d(j)} \tag{15}$$

又 $d(j) = b'(j) + b'(j+s+t)$,$b'(j)$ 为级连 GMW 序列,$b'(j+s+t)$ 为同一级连 GMW 序列的移位,$\tau = 0 \bmod m^2$,$\tau = rm + s$,则 $s = 0$. 于是

若 $t = 0$,$C(0) = m^2$;若 $t \neq 0$,$C(0) = -m$.

3.2.2　若 $\tau \neq 0 \bmod m^2$,

(a) 若 $d(j) = 0$,则

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \sum_{k=0}^{m^2-1}(-1)^{\Gamma(k)} = \sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)} \\ &= \sum_{j=0}^{m-1}\left(\sum_{i=0}^{m}(-1)^{\Gamma(im+j)} - 1\right) \\ &= \sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=0}^{m}(-1)^{\Gamma(im+j)} - m \\ &= N2^n - (2^n - 1) \end{aligned} \tag{16}$$

由于 $N \in \{0,1,2\}$,所以 $C(\tau) \in \{1, 1 \pm 2^n\}$.

(b) 若 $d(j) \neq 0$,则

$$C(\tau) = \sum_{k=0}^{m^2-1}(-1)^{\Gamma(k)+d(j)} \tag{17}$$

当 $0 \leq j < 2^n - 1$ 时序列 $d(j)$ 取值为 $2^{n-1} - 1$ 个 0 和 2^{n-1} 个 1. 又 $N \in \{0,1,2\}$,可得

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \sum_{j=0}^{m-1}\left(\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)+d(j)}\right) \\ &= \sum_{j=0}^{m-1}\left(\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)} \cdot \delta(d(j))\right) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=0}^{m-1}(-1)^{\Gamma(im+j)+1} \cdot \delta(d(j) - 1) \end{aligned} \tag{18}$$

上式中 $\delta(\cdot)$ 为冲击函数. 并设在 $d(j) = 1$ 的 j 的取值中有 N_0 个使 $e_j = r + e_{j+s}$ 的 j 的值,在 $d(j) = 0$ 的 j 的取值中有 N_1 个使 $e_j = r + e_{j+s}$ 的 j 的值. 由前可知 N_0 和 N_1 都属于集合 $\{0,1,2\}$. 于是

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \sum_{j=0}^{m-1}\left(\sum_{i=0}^{m}(-1)^{\Gamma(im+j)} - 1\right)\delta(d(j)) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{m-1}\left(\sum_{i=0}^{m}(-1)^{\Gamma(im+j)+1} - 1\right) \cdot \delta(d(j) - 1) \\ &= N_0 2^n - (2^{n-1} - 1) - N_1 2^n + 2^{n-1} \\ &= 1 + (N_0 - N_1)2^n \end{aligned} \tag{19}$$

又 $N_0 \in \{0,1,2\}$,$N_1 \in \{0,1,2\}$,则 $(N_0 - N_1) \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$,于是 $C(\tau) \in \{1, 1 \pm 2^n, 1 \pm 2^{n+1}\}$. 证毕.

由以上证明可知,要生成相关性好的相控序列,要求的一个必要条件是 $u(k)$ 和 $b'(k)$ 相关性是最好的(即异相自相关为 -1),如为 m 序列,GMW,级连 GMW 序列满足上述自相关条件,或其它满足此条件的序列;另一个必要条件是与相控序列有关的移位数列. 这两个必要条件构成生成相控序列的充要条件.

3.3　**序列线性复杂度的证明**

由文献[8]知,当相控序列的定义为

$$z(k) = u(k) + b(k) = Tr_2^n(\alpha^{i+e_j}) + Tr_2^J\{(Tr_J^n(\theta\beta))^I\} \tag{20}$$

式中:n 为偶数;$J \mid n$,$J > 2$,$m = 2^n - 1$;$\alpha \in GF(2^n)$,$\beta \in GF(2^n)$;$\theta \in GF(2^n)$,且 α 和 β 为域 $GF(2^n)$ 上本原元 θ 不为 0. $1 \leq I < 2^J - 1$,$\gcd(I, 2^J - 1) = 1$,$k = im + j$,

$$LS(z) = \deg(f(x^m)) + \deg(t(x)) \tag{21}$$

上式中 $f(x)$ 为生成序列 $Tr_2^n(\alpha^{i+e_j})$ 的多项式. 式中 $0 \leq i < 2^n - 1$,j 为定值,故 e_j 为定值. 则此序列为一 m 序列,其线性复杂度为 n,有

$$\deg(f(x^m)) = mn = n(2^n - 1) \tag{22}$$

$t(x)$ 为生成式(1)中 $b(k)$ 的多项式,$b(k) = Tr_2^J\{(Tr_J^n(\theta\beta))^I\}$,$0 \leq k < 2^n - 1$. $b(k)$ 为 GMW 序列,其线性复杂度为 $J(n/J)^{H(I)}$,$H(I)$ 表示 I 的汉明重. 故

$$LS(z) = n(2^n - 1) + J(n/J)^{H(I)} \tag{23}$$

对改进后的相控序列 $z(k)$,仿文献[8],可证得

$$LS(z) = \deg(f(x^m)) + \deg(t(x)) \tag{24}$$

上式中 $f(x)$ 为生成序列 $Tr_2^{J_1}\{Tr_{J_1}^{J_2}(\cdots(Tr_{J_{N-1}}^n(\alpha^{i+e_j}))^{r_{N-1}}\cdots)^{r_1}\}$ 的多项式. 式中 $0 \leq i < 2^n - 1$,j 为定值,故 e_j 为定值. 此序列为一级连 GMW 序列,有 $\deg(f(x_m)) = mLS(f(x))$.

$t(x)$ 为生成式(2)中 $b'(k)$ 的多项式,

$$b'(k) = Tr_2^{K_1}\{Tr_{K_1}^{K_2}(\cdots(Tr_{K_{N-1}}^n(\theta\alpha^k))^{s_{N-1}}\cdots)^{s_1}\},\ 0 \leq k < 2^n - 1 \tag{25}$$

$b'(k)$ 为级连 GMW 序列,其线性复杂度为 $LS(t(x))$. 故

$$LS(z) = mLS(f(x)) + LS(t(x)) \tag{26}$$

这里 $f(x)$ 和 $t(x)$ 为生成长为 $2^n - 1$ 的级连 GMW 序列的多项式,而改进前相控序列 $f(x)$ 和 $t(x)$ 为生成长为 $2^n - 1$ 的 m 序列的多项式. 级连 GMW 序列的线性复杂度比 m 序列的线性复杂度大得多,故改进后的相控序列比改进前相控序列大得多;级连 GMW 序列的线性复杂度比 m 序列的个数多得多,故改进后的相控序列比改进前相控序列族的数目大得多.

3.4　**一族序列个数的证明**

由计算相控序列的相关性知,当 $t \neq 0$ 时(t 为序列 $b'(k)$ 的向右循环移位大小)有 $R(\tau) \neq m^2$. t 共有 m 个取值,故一族有 m 个移位不等价的序列.

4　改进后相控序列的生成实例

4.1　长为 3969 的序列生成

根据文献[8]移位数列的求法求出所需移位数列 $\{e_j\}$,$0 \leq j < 63$. 并令 $u'(k) = Tr_2^3\{(Tr_3^6(\alpha^{i+e_j}))^3\}$,$b'(k) = Tr_2^3\{(Tr_3^6(\beta))^3\}$,$k = im + j$,$m = 63$,$GF(2)$ 上生成扩域 $GF(2^6)$ 的本原

多项式为, $x^6 + x^5 + x^2 + x + 1 = 0$, α 和 β 为域 $GF(2^6)$ 上本原多项式,这里,为简便,使 α 和 β 相同. 可计算出长为 3969 的改进后的相控序列,一族有 63 个移位不等价的序列,经验证,其异相自相关和互相关为五值,属于集合 $\{1, 1 \pm 64, 1 \pm 128\}$,每个序列中 0 的个数为 1984,1 的个数为 1985,序列平衡;又根据梅西算法[12],求得每个序列的线性复杂度为 768. 根据理论计算的线性复杂度, $63 \times 12 + 12 = 768$ (12 为长为 63 的 GMW 序列的线性复杂度,可由 GMW 序列线性复杂度计算公式求得),与实际计算吻合.

4.2　长为 16769025 的序列生成

根据文献[8]移位数列的求法求出所需移位数列 $\{e_j\}$, $0 \le j < 4095$. 并令 $u'(k) = Tr_2^3\{(Tr_3^6(Tr_6^{12}(\alpha^{i+e_j}))^{11})^3\}$, $b'(k) = Tr_2^3\{(Tr_3^6(Tr_6^{12}(\alpha^i))^{11})^3\}$, $k = im + j$, $m = 4095$, $GF(2)$ 上生成扩域 $GF(2^{12})$ 的本原多项式为, $x^{12} + x^7 + x^4 + x^3 + 1 = 0$, α 和 β 为域 $GF(2^{12})$ 上本原多项式,这里,为简便,使 α 和 β 相同. 可计算出长为 16769025 的改进后的相控序列. 一族有 4095 个移位不等价的序列,经验证,其异相自相关和互相关为五值,属于集合 $\{1, 1 \pm 4096, 1 \pm 8192\}$;每个序列 0 的个数为 8384512,1 的个数为 8384513,序列平衡;又根据梅西算法,求得每个序列的线性复杂度为 884736,根据理论计算的线性复杂度为 $216 \times 4095 + 216 = 884736$ (216 为长为 4095 的级连 GMW 序列的线性复杂度,由梅西算法求得),与实际计算吻合.

5　结论

本文介绍了一种具有优良相关特性和平衡特性及极大线性复杂度的伪随机序列 - 相控序列,并提出了对相控序列的改进方案. 改进后的相控序列线性复杂度和族数是改进前相控序列线性复杂度和族数的几倍至几十倍,而改进前后的相关性和平衡性不变. 实际上这种改进还可以进一步推广到将增广 GMW (Generalized GMW Sequence) 序列代替文中级连 GMW 序列. 与其它伪随机序列相比,相控序列具有序列平衡和线性复杂度极大这两大优势,它的线性复杂度比现在所知的具有很大线性复杂度的 No 序列还大,这使它在军用抗干扰通信中具有很强的应用前景. 相控序列每个序列都是平衡的,不象 Gold 序列,需要搜索平衡码. 和 Bent 序列相比,也互有长短,它的相关性比 Bent 序列的相关性要差,但在序列长度可选性上比 Bent 序列优.

参考文献:

[1]　朱近康. CDMA 通信技术[M]. 北京:人民邮电出版社,2001. 67, 75.

[2]　R Gold. Maximal recursive sequence with 3-value recursive cross-correlation functions [J]. IEEE Trans, IT, 1968, IT-14, (1): 154 - 156.

[3]　Sholtz, Welch. GMW Sequences [J]. IEEE Trans. IT, 1984, 28(6): 548 - 553.

[4]　Klapper, A H Chan, Mark Goresky. Cascaded GMW sequences [J], IEEE Trans. IT, 1993, 29(1): 177 - 183.

[5]　T Kasami. Weight disTribution for some class of cyclic codes [R]. Coordinated Sci. Lab., Univ. Of Illinios, Urbana, Tech. Rep. R-285, 1966.

[6]　J D Olsen, R A Scholtz, L R Welch. Bent-function sequences [J]. IEEE Trans. IT, 1982, 28(6): 858 - 864.

[7]　J S No, P V Kumar. A new family of binary psedo-random sequences having optimal periodic correlation properties and large linear span [J]. IEEE Trans. IT, 1989, 35(2): 371 - 379.

[8]　Gong Guang. Theory and application of q-ary interleaved aequences [J]. IEEE Trans. IT-41, 1995, (2): 400 - 410.

[9]　周亮,严春林,郭伟. 相控序列的阵列交织快速生成[J]. 电子科技大学学报,2001,30(2): 111 - 114.

[10]　康凯,郭伟,吴诗其. 一类新的性能优异的伪随机序列 —— GMW 相控序列[J]. 电子学报,2000,28(11A): 73 - 75.

[11]　严春林,周亮. 相控序列的快速生成算法与实现及 Gold 序列搜索[D]. 成都:电子科技大学硕士论文,2001. 3. 17

[12]　肖国镇,梁传甲,王育民. 伪随机序列及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1985. 102.

作者简介:

严春林　男,1976 年 4 月出生于湖北省黄冈市,2001 年获电子科技大学通信与信息系统专业硕士学位,现在电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室攻读博士学位,研究兴趣:扩频序列设计及 OFDM 系统同步技术.

周　亮　男,1961 年 6 月出生于重庆,1984 年在电子科技大学获硕士学位,在职博士生,电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室副教授,研究方向为编码理论与应用.

李少谦　男,1957 年 1 月出生于成都,现为电子科技大学教授、博导、通信抗干扰技术国家级重点实验室主任,国家八六三通信领域专家组成员. 主要研究领域包括移动通信、个人通信、扩频通信、抗干扰通信等.